

欠膨胀椭圆射流的流动结构

张焕好, 郭则庆, 陈志华, 郑 纯, 黄振贵
(南京理工大学 瞬态物理重点实验室, 南京 210094)

摘 要: 为了探讨超声速欠膨胀椭圆射流的流动特征,采用大涡模拟(LES)方法与高精度混合格式对出口压力比 N 分别为 1.4、2.4、4.0 的欠膨胀椭圆射流流场结构进行数值模拟。结果清晰描述了欠膨胀椭圆射流的三维(3-D)结构特征与发展规律,并分析了因喷嘴方位曲率不一致而导致长轴与短轴平面上激波结构出现差异的原因。另外,结果还发现:当 N 为 2.4 时,短轴平面上射流域内的激波结构已由正规反射转变为马赫反射,但长轴平面上仍维持正规反射,而当 N 为 4.0 时,长轴与短轴平面上的激波结构均为马赫反射结构,由此可知喷嘴方位曲率变化越平缓,马赫反射形成所需的出口压力比越大。

关 键 词: 欠膨胀射流; 椭圆射流; 激波; 马赫反射; 大涡模拟

中图分类号: V430

文献标志码: A

Flow structure of underexpanded elliptic jet

ZHANG Huanhao, GUO Zeqing, CHEN Zhihua,
ZHEN Chun, HUANG Zhengui

(National Key Laboratory of Transient Physics,
Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To reveal the flow characteristics of a supersonic underexpanded elliptic jet, the flow structures of underexpanded elliptic jets at the nozzle pressure ratio N of 1.4, 2.4 and 4.0 were simulated using large-eddy simulation (LES) in combination with the high order hybrid schemes. The three-dimensional (3-D) flow characteristics and the evolution of underexpanded elliptic jet were illustrated from the results, and the reason for the different shock structures of the minor and major axis planes introduced by non-uniform curvature of the nozzle was discussed. Moreover, the results also found that the Mach shock reflection happened on the minor axis plane at N being 2.4, but regular-reflection remained on the major axis plane. The shock structure of both major and minor axis planes were transferred into Mach reflection when N was 4.0. Therefore, the nozzle pressure ratio introducing the Mach shock reflection increases as the nozzle curvature radius becomes gentle.

Key words: underexpanded jet; elliptical jet; shock wave; Mach shock reflection; large-eddy simulation

收稿日期: 2016-05-27

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(11502117); 中国博士后基金(2015M571757)

作者简介: 张焕好(1985—),女,讲师、硕士生导师,博士,主要从事超声速流动与控制研究。

通讯作者: 郭则庆(1986—),男,讲师、硕士生导师,博士,主要从事计算力学与数值方法模拟的研究。

E-mail: guozq@njust.edu.cn

引用格式: 张焕好,郭则庆,陈志华,等. 欠膨胀椭圆射流的流动结构[J]. 航空动力学报, 2017, 32(12): 2997-3003. ZHANG Huanhao, GUO Zeqing, CHEN Zhihua, et al. Flow structure of underexpanded elliptic jet[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(12): 2997-3003.

由于非圆管射流能有效提高对环境流体的掺混效率^[1],而被广泛地应用于流体混合与卷吸率的被动控制中。因此,在实际工程领域往往通过改变喷嘴几何形状,以对流体的卷吸率、混合效果、喷流方向与冲量等进行被动控制。对于椭圆喷嘴,由于其截面形状不存在尖角,且处于圆管与平面管两种极端情况之间,此特殊性可为了解非圆管射流流动特性提供有效的途径,因而吸引了大量的数值与实验研究。

相对于传统的圆管射流,非圆管射流的理论还很不完善,且先前对非圆管射流的研究主要集中在亚声速情况下^[2-4],着重探讨流场中不对称涡环的自诱导变形过程及轴置换机理^[5-7],以进一步揭示导致非圆管射流较圆管射流具有更高卷吸率的主要原因。然而,对于超声速射流情况,流场中还会出现复杂的激波与涡结构以及激波与涡或涡串相互作用等流体物理现象,但相关研究却明显不足。

初步研究表明,非圆管射流的主要流场结构取决于射流马赫数、气流出口压力比及喷嘴形状等^[8]。Menon 和 Skews^[9]对欠膨胀矩形射流进行了数值研究,结果揭示了压力比、长短轴比与马赫数对射流近场激波结构的影响,并指出长轴与短轴平面上激波结构的区别,但缺乏对三维激波结构的描述。Teshima^[10-11]利用激光诱导荧光(LIF)技术对欠膨胀矩形管射流的激波结构进行研究,但结果对三维激波结构与其相应的射流边界的显示不清晰。Tsutsumi 等^[12]对欠膨胀方管射流结构进行了数值与实验研究,数值结果显示方管射流的三维激波结构,但其截面激波形状与相应实验结果存在明显差别。此外,Krothapalli 等^[13]对欠膨胀矩形射流进行了研究,结果描述了射流核心区的激波结构,并发现其短轴平面的流体扩张率大于亚声速射流情况。随后,Schadow 等^[14]指出 $Ma = 1.26$ 的欠膨胀椭圆管射流比亚声速射流情况具有更大的增长率。可见,上述对欠膨胀椭圆管射流中三维激波结构的研究尤其缺乏。

基于此,本文采用大涡模型方法(LES, large eddy simulation),结合高精度混合格式对长短轴比为 2.5 的欠膨胀椭圆射流流场结构进行数值模拟,结果着重研究欠膨胀椭圆射流的三维激波结构与发展规律,并讨论出口压力比变化对射流激波结构的影响。

1 数值方法及计算模型

1.1 数值方法

对笛卡儿坐标系下均相多组分可压 Navier-Stokes 方程进行 Favre 滤波,得到可压 LES 控制方程^[15-16]

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \bar{u}_j) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^{\text{sgs}}}{\partial x_j} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p}) \bar{u}_j}{\partial x_j} = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\kappa} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial \sigma_{ij} \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j^{T, \text{sgs}}}{\partial x_j} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{z})}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_j \tilde{z})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \bar{D} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x_j} - \rho q_j^{z, \text{sgs}} \right] \tag{4}$$

式中滤波后的牛顿切应力 σ_{ij} 、压力 $\bar{p}$ 及总能 $\bar{\rho} \tilde{E}$ 分别为 $\sigma_{ij} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right)$, $\bar{p} = \bar{\rho} \cdot R_0 \tilde{T} \sum_{m=1}^2 \frac{\bar{w}_m}{W_m} + \bar{\rho} R_0 \sum_{m=1}^2 \frac{T_m^{\text{sgs}}}{W_m}$, $\bar{\rho} \tilde{E} = \frac{\bar{p}}{\bar{\gamma} - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho} (\bar{u}_k \bar{u}_k) + \frac{1}{2} \tau_{kk}$, 亚网格项中的应力 τ_{ij}^{sgs} 、热通量 $q_j^{T, \text{sgs}}$ 、组分质量通量 $q_j^{w_k, \text{sgs}}$ 及组分温度修正项 T_k^{sgs} 分别为

$$\tau_{ij}^{\text{sgs}} = \bar{\rho} (\widetilde{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j) \tag{5}$$

$$q_j^{T, \text{sgs}} = \bar{\rho} (\widetilde{c_p T u_j} - \bar{c}_p \tilde{T} \bar{u}_j) \tag{6}$$

$$q_j^{z, \text{sgs}} = \bar{\rho} (\widetilde{z u_j} - \tilde{z} \bar{u}_j) \tag{7}$$

$$T_m^{\text{sgs}} = \widetilde{T w_m} - \tilde{T} \bar{w}_m \tag{8}$$

混合分数 z 的定义为 $z = (w - w_1)/(w_2 - w_1)$, 其中 w_1 为氧化物(空气)的质量分数,而 w_2 为燃料(射流气体)的质量分数。基于上述定义, z 取 0 时为空气,而取 1 时为射流气体。 $\bar{\kappa}$ 、 $\bar{\mu}$ 、 $\bar{D}$ 分别为滤波热导率、动力黏度分子扩散系数,它们由两种气体的混合规律与各成分的混合特性得到。 W_m 为组分 m 的分子量,而 R_0 为气体常数,其值为 $R_0 = 8.3143 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 。然而,由于本文主要讨论欠膨胀椭圆射流的三维激波结构,因此下文将不涉及到与组分相关的结果。

本文选用亚网格拉伸涡模型^[17]对多组分 LES 方程的亚网格项进行模拟以实现方程的封闭。其基本思想认为亚网格湍流流动是由亚网格

涡结构产生,且亚网格湍流动能可用 Lundgren 形式^[18]表达。另外,由于在超声速流场中同时存在激波与湍流涡结构,因此数值格式采用文献[19-20]所提出的 WENO/TCD(weighted essentially non-oscillatroy/turned centered-difference)混合数值方法,具体详见文献[15-16]。

1.2 计算模型

图 1 为椭圆管射流的三维计算模型(图 1(a))与喷嘴出口截面形状(图 1(b))。可知,椭圆管口放置在长方体计算域的左边界(面 AEHD)中心,椭圆管的长轴半径为 $b=0.005\text{ m}$,长短轴半径比为 $b/a=2.5$,计算域的长、宽、高分别取为 $L_x=0.075\text{ m}$, $L_y=0.056\text{ m}$, $L_z=0.056\text{ m}$ 。

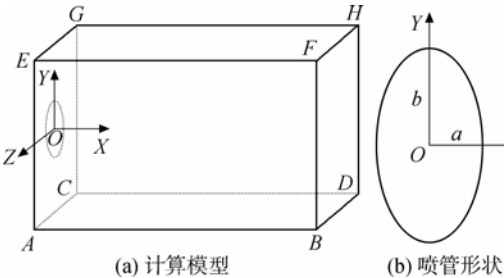


图 1 欠膨胀椭圆射流的计算模型

Fig.1 Schematic of the computational model of underexpanded elliptical jets

初始时,计算域内充满了比热比 $\gamma=1.4$,动力黏度 $\nu=17.3\text{ mg/m}^2$ 及温度 $T=300\text{ K}$ 的环境气体,环境气流速度和压力分别为 $u_0=0\text{ m/s}$ 和 $p_0=100\text{ kPa}$ 。超声速气流从椭圆管口喷射进入计算域内,表 1 为气流出口马赫数(Ma)、出口压力比(N)以及相应的雷诺数(Re)。为了研究不同出口压力比对管口激波结构的影响,分别对 $N=1.4,2.4,4.0$ 的 3 种欠膨胀射流进行数值研究。根据文献[21]可知,当 $N=1.4$ 时圆管射流域内的激波结构为正规发射,而当 $N=4.0$ 时则为典型马赫数反射。

表 1 算例与相关进口条件

Table 1 Simulated cases and corresponding inflow conditions

算例	Ma	$N=p_i/p_0$	Re
1	1.4	1.4	177 000
2	1.8	1.4	228 000
3	1.8	2.4	391 000
4	1.8	4.0	651 000

另外,计算域的出口边界(面 ABFE,ABCD,DCGH,EFGH,BFGC)采用无反射边界条件,而左边界除了圆管口外的区域则采用黏性壁面条件。网格采用均匀分布的笛卡儿结构化网格,网格总数为 $525\times392\times392$ 。

2 结果与讨论

图 2 为算例 1 中短轴对称平面上的计算纹影图与文献[22]实验纹影图的对比。图中,两者具有相同的长短轴比, $b/a=2.5$,且图 2(b)的射流马赫数为 $Ma=1.32$ 。可见,计算结果的初始主涡环和射流域内的激波结构均与实验结果相吻合。

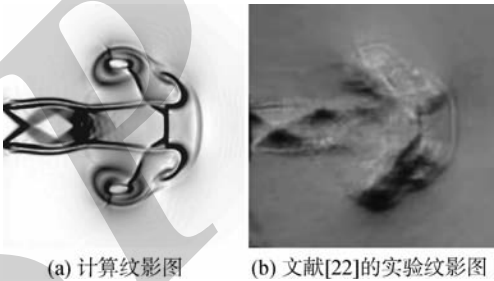


图 2 长短轴比为 2.5 的欠膨胀椭圆射流计算纹影图与相关实验结果的对比

Fig.2 Comparison of the experimental and numerical schlieren images of underexpanded elliptic jet with $b/a=2.5$

图 3 为不同进口条件时,椭圆射流长轴(左图)与短轴(右图)对称平面上的计算纹影图。可知,超声速欠膨胀椭圆管射流的初始流场结构主要包括主涡环(PVL),Prandtl-Meyer 膨胀扇(或马赫锥(MC))、斜激波系结构(OS)、嵌入激波(ES)与诱导激波对(VS1 与 VS2)等复杂的流体物理现象。

先前的研究表明^[16,21]:当 $Ma=1.4,N=1.4$ 时,圆管射流的主涡环前端会形成二次涡环(SVR)。然而,在相同进口条件下,甚至 $Ma=1.8$ 时,椭圆主涡环仍无二次涡环出现(图 3(a)和图 3(b))。而当 $N=2.4$ 时,长轴平面的主涡前端才出现二次涡环(图 3(c)中左图),它们的形成与演变过程和弱欠膨胀圆管射流^[16]情况相同。当 $N=4.0$ 时,长轴与短轴平面上均形成二次涡环,其形成与演变过程则与强欠膨胀圆管射流^[21]情况相同。因此,对于欠膨胀椭圆管射流,形成二次涡环所需出口压力比增大,且二次涡环在卷起时即具有复杂的三维结构特征(图 3(图 3(c)~图 3(d))。另外,对于超声速圆管射流,射流域内的激波结构均为绕射流中心轴旋转的环面激波结

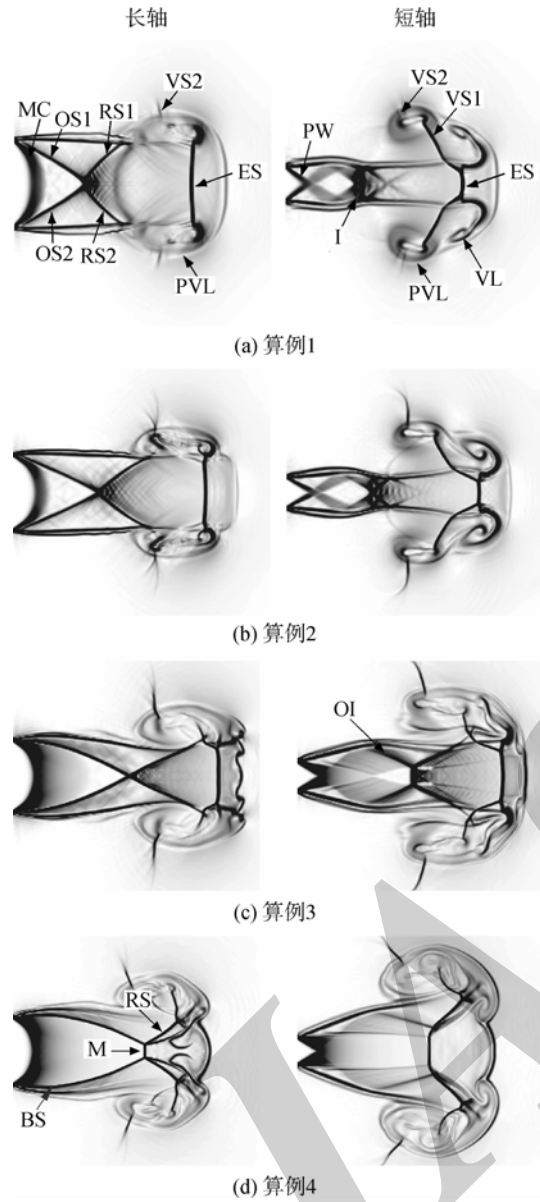


图 3 $t=0.1\text{ ms}$ 时, 超声速椭圆管射流长轴与短轴平面上计算纹影图

Fig. 3 Numerical schlieren image of supersonic elliptic jets on the major axis and minor axis planes at $t=0.1\text{ ms}$

构^[16], 相比之下椭圆射流的激波结构则有所不同。由图 3(a)可知, 椭圆射流长轴与短轴平面上的流场结构出现明显的差别, 其中, 在方位曲率变化较大的长轴两端分别形成斜激波 OS1 与 OS2, 这两道斜激波在下游中心轴上发生碰撞并反射形成反射激波 RS1 与 RS2, 此结构与超声速圆管射流情况^[15,21]相似。而对于短轴平面, 管外只存在 Prandtl-Meyer 膨胀波(PW), 这则与平面管射流情况^[15,23]相似。因此椭圆射流同时具有二维平面射流与圆管射流的一般流场特征, 但其周向曲率变化使流场结构的演变比平面管与圆管射流更为复杂。

由图 3(a)和图 3(b)可知, 随着射流马赫数的增加, 长轴两端形成的斜激波在下游空间的相交点与管口间的距离增大。随着 N 的增大, 长轴平面上的斜激波因高压气流在管口附近的急剧膨胀而向外弯曲逐渐形成类桶形激波结构(图 3(c)~图 3(d), BS)。当 $N=4.0$ 时, 射流域内的激波结构由正规反射转变为马赫反射(图 3(d)), 高压气流的快速膨胀将限制在桶形激波、正激波(马赫盘)与马赫锥所包围的区域内, 形成由桶形激波、马赫盘与反射激波等组成的典型欠膨胀射流结构。对于短轴平面, 管口附近的射流域内只存在 Prandtl-Meyer 膨胀伞, 且膨胀伞随着出口压力比的增加而逐渐向下游呈水平延伸(图 3(b)~图 3(d), 短轴平面)。当 $N=2.4$ 时, 射流域内的正规反射(图 3(b))转变成马赫反射, 但此时长轴平面上的激波结构仍维持正规反射(图 3(c))。由此可知, 喷嘴方位曲率变化越平缓, 马赫反射形成所需的出口压力比越大。

由于激波结构是判定超声速射流膨胀程度的一个重要因素^[12], 为了阐述造成椭圆射流长轴对称平面上激波结构差异的原因, 图 4 为不同进口条件时, 射流域内的三维激波结构。图 5 与图 6 则分别为弱(算例 2)与强欠膨胀(例算 4)椭圆管射流不同轴向位置处横截面的计算纹影图(左图)与压力等势分布(右图)。

对于弱欠膨胀椭圆管射流, 从方位曲率变化较大的长轴两端开始向下游形成 2 道斜平面激波(图 4(b)和图 4(c), OS1 与 OS2), 对于方位曲率变化较小的区域(短轴平面附近)则无激波形成。随后, 这两道斜平面激波在下游空间相交并反射, 形成反射激波 RS1 与 RS2 及相交线 I, 这些结构在长轴与短轴平面上的投影形成了图 3(b)和图 3(c)中长轴与短轴平面上的不同激波结构。随着 N 的不断加大, 斜平面激波开始沿喷嘴边缘向短轴平面发生弯曲延伸, 形成类似于桶形激波的曲面激波结构(图 4(d)和图 4(e)), 且上、下两曲面激波在下游碰撞前, 在短轴对称平面上合并形成环面曲面激波结构, 因此强欠膨胀椭圆射流短轴平面上的斜激波 OI(图 3(d)和图 3(e))实际为两曲面激波的交线。随后, 环面曲面激波在射流中心发生马赫反射, 所形成的反射激波结构(RS)同样为三维环面结构, 同时其射流横截面形状相对于喷嘴形状旋转 90° 。

由图 5 和图 6 可知, 在管口附近会形成沿管口边缘分布的 Prandtl-Meyer 膨胀伞, 随后长轴

两侧的膨胀扇从长轴两端开始向射流中心发生汇聚,形成过度膨胀区(图 5(b)与图 6(b)中的虚线圆区)。由于该区压力最小,为了平衡环境与射流域的压力差而在该区形成压缩激波(OS1 与 OS2)。

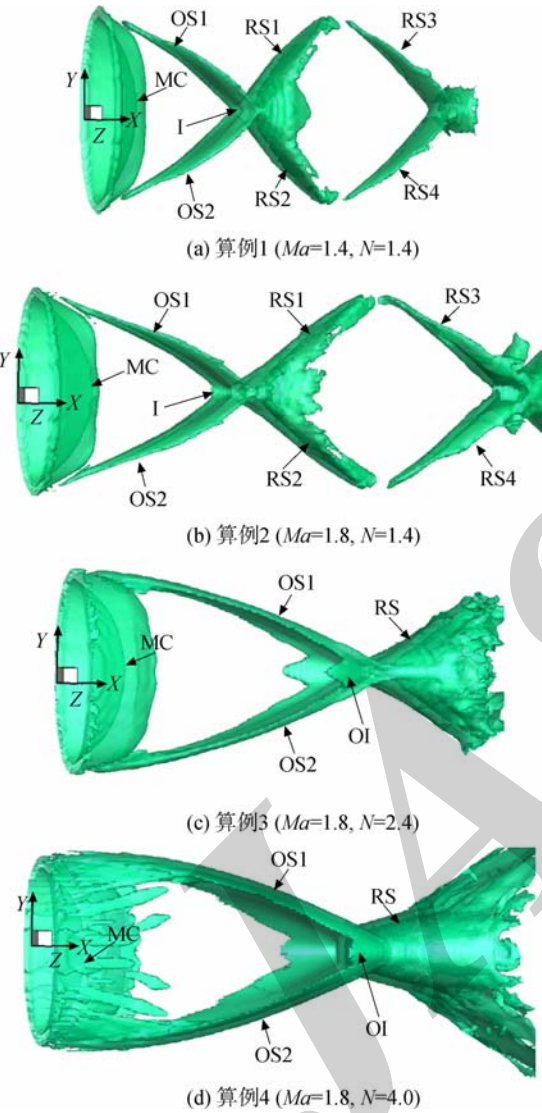


图 4 椭圆射流内典型的三维激波结构

Fig. 4 Typical three-dimensional shock wave structures for elliptic jet flow

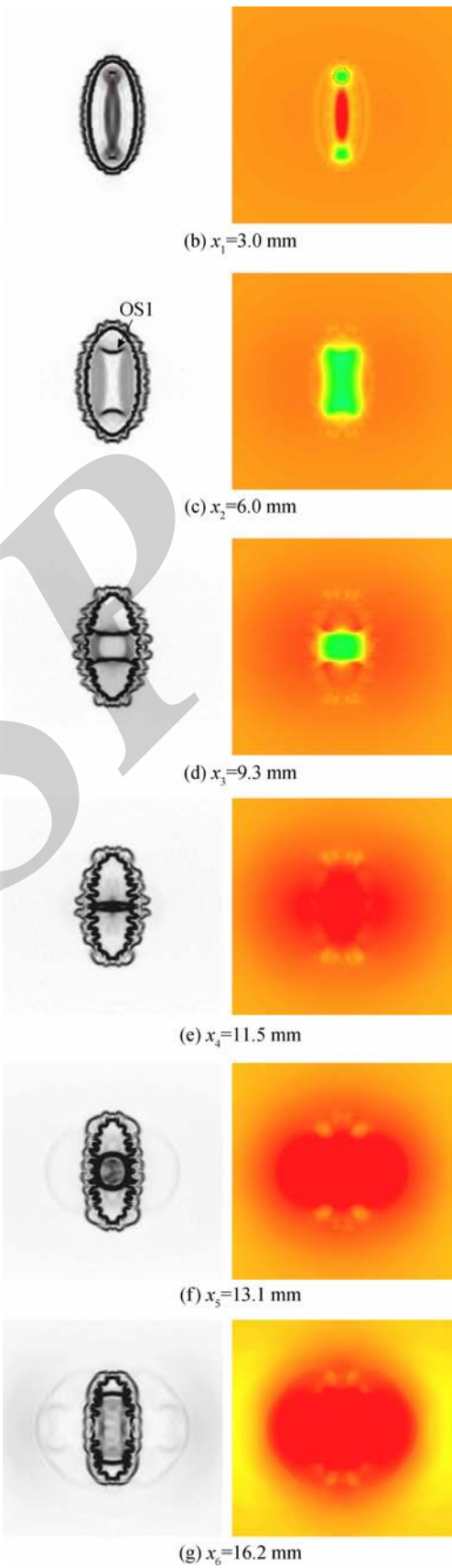


图 5 不同轴向位置处 YOZ 截面上的计算纹影与压力分布图(算例 2)

Fig. 5 Numerical schlieren and pressure contours of the flow field at different YOZ cross sections for case 2

在 $x_1=3.0\text{ mm}$ 处,射流中心区压力值最大(图 5(b))。随后,由于气流在马赫锥后快速膨胀,斜激波区域内压力值迅速降低(图 5(c)),此

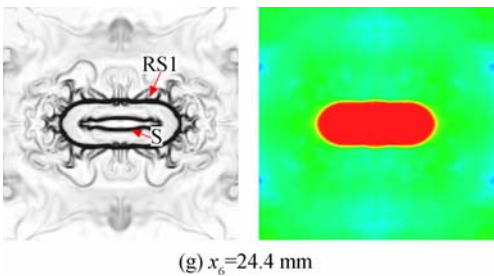
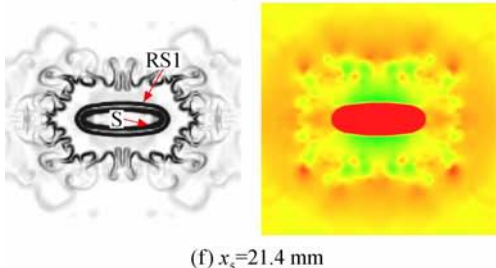
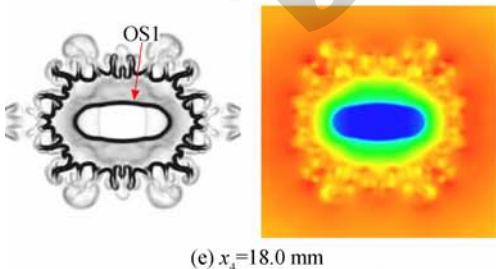
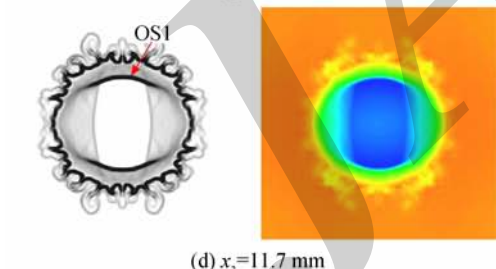
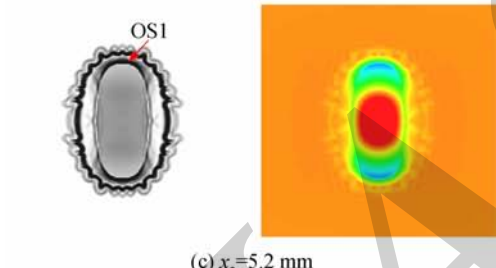
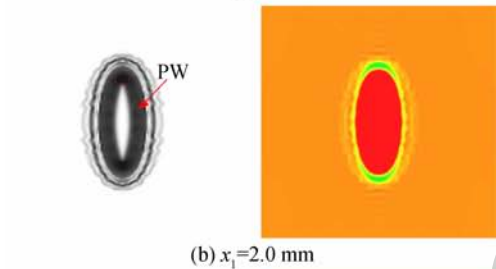
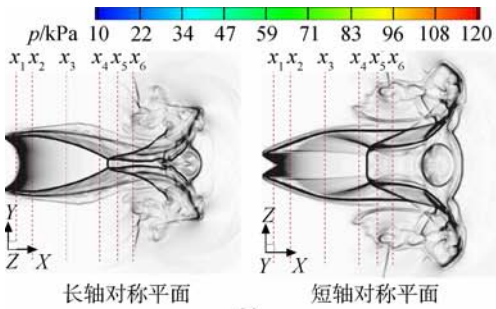


图 6 不同轴向位置处 YOZ 截面上的计算纹影与压力分布图(算例 4)

Fig. 6 Numerical schlieren and pressure contours of the flow field at different YOZ cross sections for case 4

时长轴两端压力值大于射流中心区,使激波面(OS1 与 OS2)呈现凹型,并沿长轴向射流中心轴运动。在上、下两激波在射流中心发生汇聚并反射后($x_4=11.5\text{ mm}$),射流中心轴附近的压力值升高到最大值,如图 5(f)和图 5(g)所示,此时反射激波面呈现出向外凸起的圆环状。随后,当反射环面激波与短轴附近射流边界碰撞后,反射激波相分离,形成上、下两道斜反射激波(RS1 与 RS2),并沿长轴彼此远离(图 5(g), $x_6=16.2\text{ mm}$)。

相对于弱欠膨胀椭圆管射流,强欠膨胀射流流动结构的演变显得更为复杂。由于膨胀效应随气流出口压力比的增加而增强,使管口外的 Prandtl-Meyer 膨胀伞(PW)更强(图 6(b)),此时在长轴两端所形成的过渡膨胀区沿喷嘴边缘分布,因此压缩激波呈现沿管口边缘分布的曲面形,如图 6(c)所示。随后,高压气流在马赫锥后急剧膨胀,压力快速降低,在马赫盘上游表面达到最小值(图 6(d)和图 6(e))。同时,长轴两端的曲面激波(OS1 与 OS2)向射流中心区运动,在 $x_4=18.0\text{ mm}$ 附近合并形成椭圆环面激波。由图 6(e)~图 6(g)可知,此时环面曲面激波的截面形状和射流横截面形状均相对于喷嘴形状旋转 90° ,即完成轴置换。经过马赫盘后,射流中心区气流压力瞬间提升到很高,且在三波点后形成环形滑移层 S。由此可知,出口压力比的增加,使椭圆管长轴两端的激波在下游的正规反射转变为马赫反射,同时加快了射流剪切层的轴置换过程,因此射流的增长率随出口压力比的增加而增大。

3 结 论

本文采用大涡模拟方法,结合高精度混合格式,对不同出口压力比欠膨胀椭圆射流的三维流场结构进行了数值模拟。结果表明,椭圆喷嘴周向曲率不一致会导致长轴与短轴对称平面上的流

场结构出现明显的差别。其中,在方位曲率变化较大的管口位置会形成过度膨胀区,从而在椭圆管长轴两端附近形成压缩激波以平衡环境与射流域的压力差,而短轴平面附近则无压缩激波出现。这 2 道激波在下游空间碰撞反射,且这些结构在长轴与短轴平面的投影导致了长轴与短轴平面上流场结构的差别。此时,长轴对称平面上的流场结构与超声速圆管射流情况相似,而短轴平面上的流场结构则与平面管射流情况相似,因此椭圆射流同时具有二维平面射流与圆管射流的一般流场特征。

随着气出口压力比的增加,斜平面激波沿管口边缘向外发生弯曲,形成类似于桶形激波的曲面激波结构。当 $N=2.4$ 时,短轴对称平面的射流域内已形成马赫反射结构,而长轴平面上则仍维持正规反射,而当 $N=4.0$ 时长轴与短轴对称平面上的激波结构均为马赫反射结构,由此可知,喷嘴方位曲率变化越平缓,马赫反射形成所需的出口压力比越大。另外,随着出口压力比的增加,加速射流截面的轴置换过程。

参考文献:

- [1] GUTMARK E J, GRINSTEIN F F. Flow control with noncircular jets[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, 31: 239-272.
- [2] 张焕好,陈志华,姜孝海. 亚声速等膨胀方管射流轴置换现象的数值研究[J]. 推进技术, 2016, 37(2): 218-226.
ZHANG Huanhao, CHEN Zhihua, JIANG Xiaohai. Numerical investigation on axis-switching of an isoexpanded subsonic square jet[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 37(2): 218-226. (in Chinese)
- [3] GRINSTEIN F F, GUTMARK E, PARR T. Near field dynamics of subsonic free square jets. A computational and experimental study[J]. Physics of Fluids, 1995, 7(6): 1483-1497.
- [4] XU M Y, ZHANG J P, MI J C, et al. Mean and fluctuating velocity fields of a diamond turbulent jet[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(3): 034701. 1-034701. 8.
- [5] QUINN W R. Experimental study of the near field and transition region of a free jet issuing from a sharp-edged elliptic orifice plate[J]. European Journal of Mechanics B/Fluids, 2007, 26(4): 583-614.
- [6] HO C M, GUTMARK E. Vortex induction and mass entrainment in a small aspect ratio elliptic jet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1987, 179: 383-405.
- [7] HUSAIN H S, HUSSAIN A K M F. Elliptic jets: Part 1 characteristics of unexcited and excited jets[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1989, 208: 257-320.
- [8] KWEON Y H, MIYAZATO Y, AOKI T, et al. Experimental investigation of nozzle exit reflector effect on supersonic jet[J]. Shock Waves, 2006, 15(3/4): 229-239.
- [9] MENON N, SKEWS B W. Rectangular underexpanded gas jets: effect of pressure ratio, aspect ratio and Mach number [R]. AIAA 91-0996, 1991.
- [10] TESHIMA K. Two-dimensional focusing of a supersonic free jet by a rectangular orifice [J]. Physics of Fluids, 1987, 30(7): 1899-1901.
- [11] TESHIMA K. Three-dimensional characteristics of supersonic jets [R]. Weinheim, Germany: 17th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, 1990.
- [12] TSUTSUMI S, TERAMOTO S, YAMAGUCHI K, et al. Structure of underexpanded jets from square nozzles [J]. AIAA Journal, 2006, 44(6): 1287-1291.
- [13] KROTHAPALLI A, HSIA Y, BAGANOFF D, et al. On the structure of an underexpanded rectangular jet [R]. NASA CR-169734, 1982.
- [14] SCHADOW K C, GUTMARK E, KOSHIGOE S, et al. Combustion related shear flow dynamics in elliptic supersonic jets [J]. AIAA Journal, 1989, 27(10): 1347-1353.
- [15] ZHANG Huanhao, CHEN Zhihua, JIANG Xiaohai, et al. The starting flow structure and evolution of a planar supersonic jet [J]. Computers and Fluids, 2015, 114: 98-109.
- [16] ZHANG Huanhao, CHEN Zhihua, LI Baoming, et al. The secondary vortex rings of a supersonic underexpanded circular jet with low pressure ratio [J]. European Journal of Mechanics B: Fluids, 2014, 46(7): 172-180.
- [17] LOMBARDINI M, HILL D J, PULLIN D I, et al. Atwood ratio dependence of Richtmyer-Meshkov flows under re-shock conditions using large-eddy simulations [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2011, 670(3): 439-480.
- [18] LUNDGREN T S. Strained spiral vortex model for turbulent fine structure [J]. Physics of Fluids, 1982, 25: 2193-2203.
- [19] HILL D J, PULLIN D I. Hybrid tuned center-difference-weno method for large eddy simulations in the presence of strong shocks [J]. Journal of Computational Physics, 2004, 194(2): 435-450.
- [20] PANTANO C, DEITERDING R, HILL D J. A low numerical dissipation patch based adaptive mesh refinement method for large-eddy simulation of compressible flows [J]. Journal of Computational Physics, 2007, 221(1): 63-87.
- [21] 张焕好,陈志华,姜孝海,等. 强欠膨胀圆管射流中二次涡环的形成机理 [J]. 推进技术, 2015, 36(8): 1157-1163.
ZHANG Huanhao, CHEN Zhihua, JIANG Xiaohai, et al. The generation mechanisms of secondary vortex rings of highly underexpanded circular jets [J]. Journal of Propulsion Technology, 2015, 36(8): 1157-1163. (in Chinese)
- [22] ZARE-BEHTASH H, KONTIS K, GONGORA-OROZCO N, et al. Compressible vortex loops: effect of nozzle geometry [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2009, 30(3): 561-576.
- [23] 张焕好,陈志华,姜孝海. 二维喷管的初始流动 [J]. 航空动力学报, 2015, 30(9): 2174-2180.
ZHANG Huanhao, CHEN Zhihua, JIANG Xiaohai. Initial flow of 2-D planer nozzle [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(9): 2174-2180. (in Chinese)